## Aufgaben

**(10)** In dieser Aufgabe wird die Darstellung $\mathbb{Q}[\sqrt{2}\,] = \mathbb{Q} + \sqrt{2} \cdot \mathbb{Q}$ „ = “ $\mathbb{Q}^2$ für die Körpererweiterung $\mathbb{Q}[\sqrt{2}\,]$ von $\mathbb{Q}$ zu Grunde gelegt. Bestimmen Sie eine affine Abbildung $f : \mathbb{Q}^2 \to \mathbb{Q}^2$, die als Abbildung $\mathbb{Q}[\sqrt{2}\,] \to \mathbb{Q}[\sqrt{2}\,]$, wobei $\mathbb{Q}[\sqrt{2}\,]$ als Körper aufgefasst sei, nicht affin ist.[5]

**(11)** Seien $K$ ein Körper, $\mathsf{Char} K \neq 2, 3$, $n \geq 2$ und $a, b, c, d \in K^n$ vier Punkte, von denen keine drei kollinear sind. Außerdem gelte:

$$a \vee b \parallel d \vee c \quad \text{und} \quad a \vee d \parallel b \vee c \ .$$

Zeigen Sie:

**(a)** $d - a = c - b$ bzw. $b - a = c - d$,

**(b)** $\left(\frac{1}{2}(a + b)\right) \vee d$ und $a \vee c$ schneiden sich in einem Punkt $p$ (Skizze!),

**(c)** $\mathsf{TV}\left(\frac{1}{2}(a + b), p, d\right) = 3$. Formulieren Sie analoge Aussagen für andere Ecken an Stelle von $d$.

---

[5] Als Anleitung kann die Musterlösung zu Aufgabe (26) aus dem Wintersemester 2007/2008 dienen.